

Liste Worked-Examples

9:00 AM - Office Meeting
→ organize new system
→ develop social settings
→ Karim Busharoud



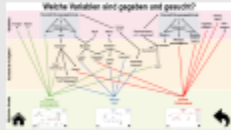
CALENDAR		
THURSDAY	FRIDAY	SATURDAY
2	3	4
9	10	11
16	17	18
23	24	25
30	1	2

Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Interaktiver Entscheidungsbaum

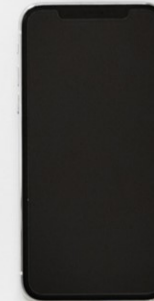
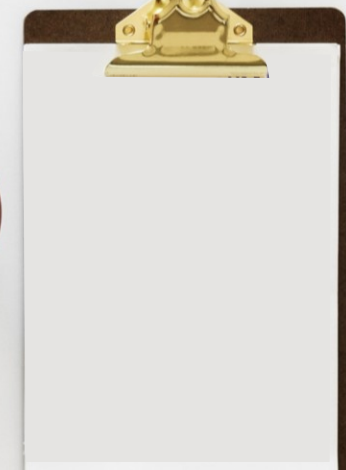


Gesamtübersicht



externes Material

Liste Leitfäden

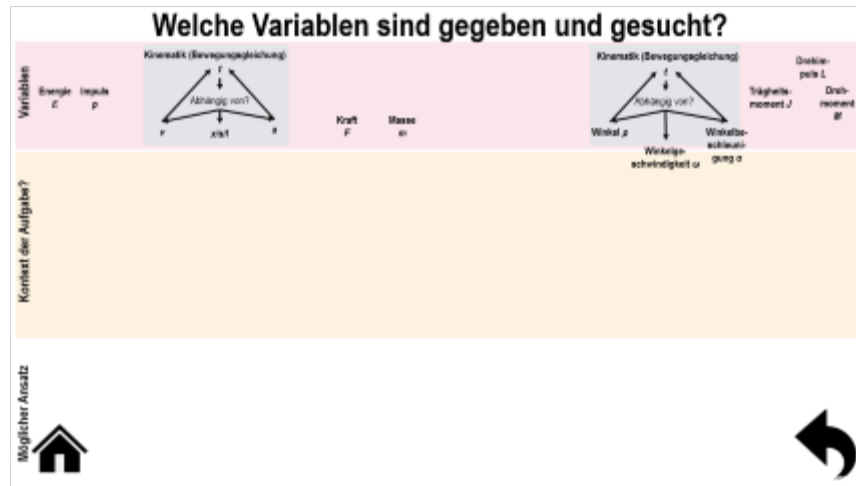


Welches Konzept soll angewendet werden?

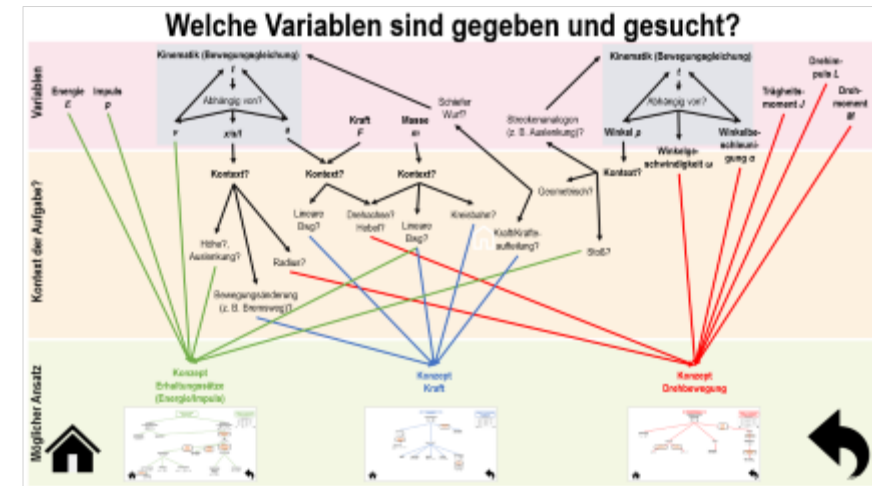


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Interaktiver Entscheidungsbaum



Gesamtübersicht



Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Kontext der Aufgabe?

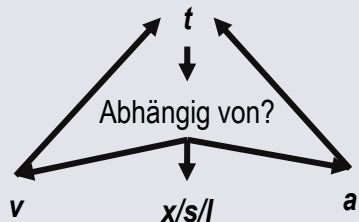
Möglicher Ansatz



Energie E

Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kontext?

Höhe?,
Auslenkung?

Bewegungsänderung
(z. B. Bremsweg)?

Konzept
Erhaltungssätze
(Energie/Impuls)



Kraft F

Masse m

Kontext?

Lineare
Bwg?

Drehachse?
Hebel?

Lineare
Bwg?

Kreisbahn?

Konzept
Kraft



Schiefer
Wurf?

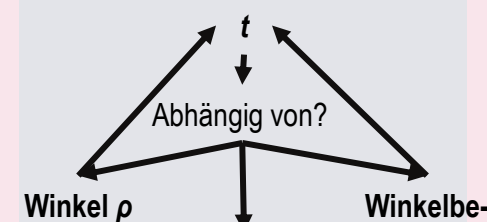
Streckenanalogon
(z. B. Auslenkung)?

Geometrisch?

Kraft/Kräfte-
aufteilung?

Stoß?

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kontext?

Winkelge-
schwindigkeit ω

Winkelbe-
schleunigung α

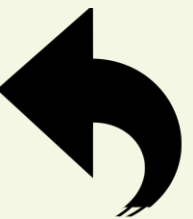
Konzept
Drehbewegung



Trägheits-
moment J

Drehim-
puls L

Dreh-
moment M



Konzept Erhaltungssätze (Energie/Impuls)

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Energieerhaltung



Impulserhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $\sum \vec{p}_i = 0$
→ mit $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Energieerhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $E_{ges} = konst.$
→ $E_{ges} = E_2 - E_1 = 0$

Inelastischer Stoß
mit innerer Energie
 $\Delta E > 0$

Elastischer Stoß

Energie/Arbeit in
Kraftfeldern

Arbeit
 $W = \int \vec{F} d\vec{x}$

Potential
der Kraft =
konservativ

Potential
der Kraft $\neq$
konservativ

Arbeit, um
Objekt aus Ruhe
zu bewegen

Potenzielle Energie
 $E_{pot} = \Delta W$

Reibungsenergie
 $E_R = F_N \mu x$

Kinetische Energie

Gravitationsenergie
 $\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr$

Federenergie
 $E_{Feder} = \frac{1}{2} D x^2$

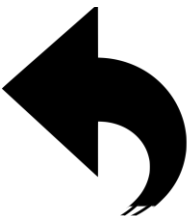
Elektrische Energie
 $E_{Elektr} = - \int \vec{F}_{Coul} \cdot d\vec{x}$

Kinetische Energie
Massenpunkt
(Translation)
 $E_{kin,T} = \frac{1}{2} m v^2$

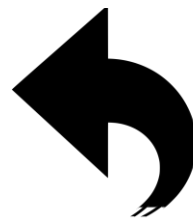
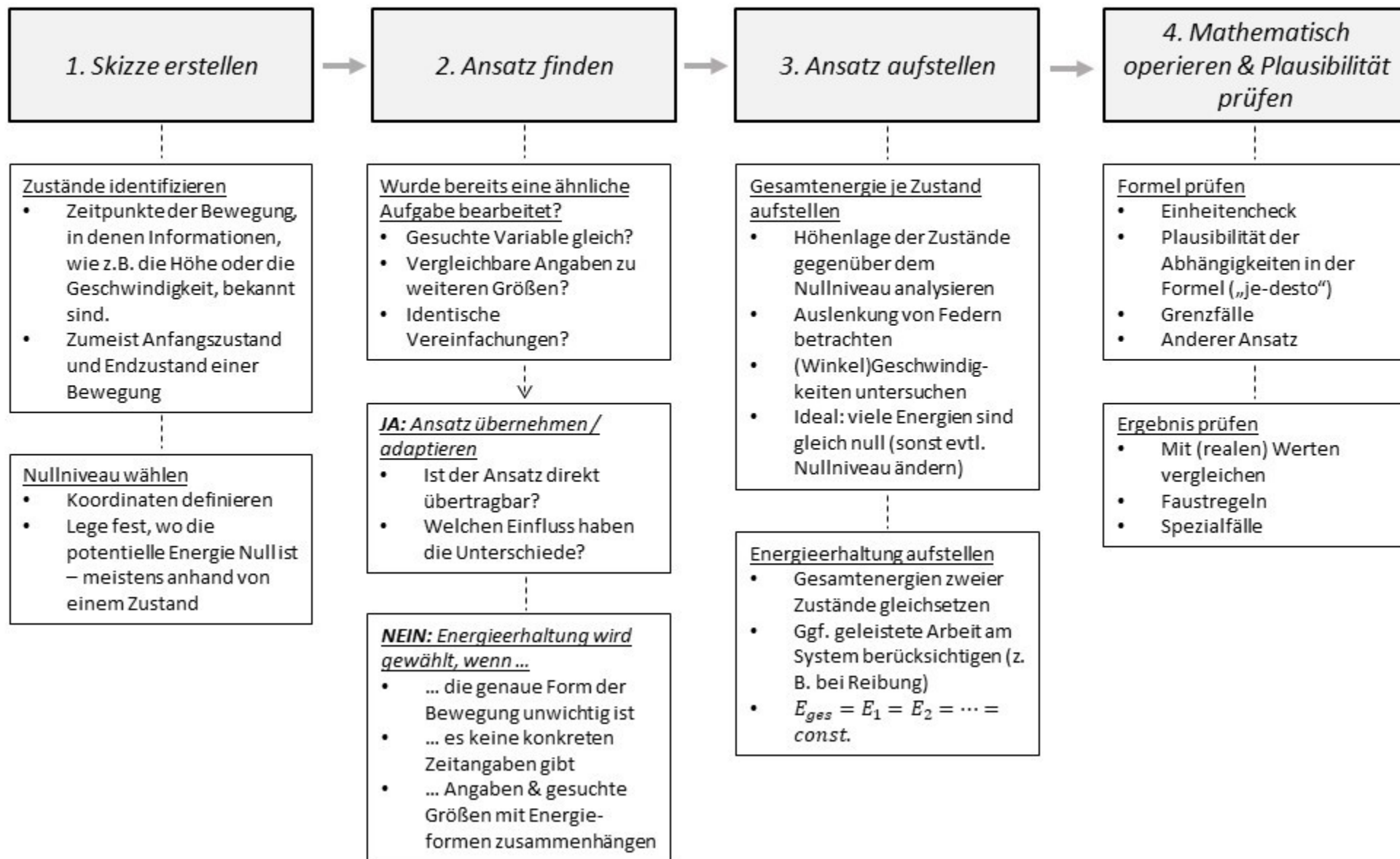
Rotationsenergie
 $E_{kin,R} = \frac{1}{2} J \omega^2$

Spezialfall

Lageenergie
 $E_{Lage} = mgh$



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der *Energieerhaltung*



Konzept Kraft

2. Newtonsches Axiom

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

Äußere Kraft
wirkt als

Trägheitskraft
 $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

m ändert sich
(Rakete)

Trägheitskraft
 $\frac{d}{dt}(mv) = mv + m\dot{v}$

Zentripetalkraft
 $\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times \vec{r}$

Äußere Kräfte $\vec{F}$

Seilkraft

Reibungskraft
 $\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N$

Federkraft
 $\vec{F}_{Feder} = D \cdot \vec{x}$

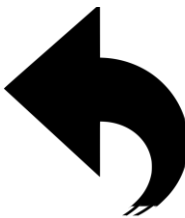
Normalkraft
 $\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos \rho$

Gravitationskraft
 $\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Spezialfall
 $r \approx \text{const.}$

Gravitationskraft
 $F_G = mg$

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Kraft



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Kraft

1. Skizze erstellen

Kräftediagramm zeichnen

- Je Körper ein Diagramm zeichnen
- Körper als Punktmasse interpretieren
- Kräfte als Pfeile darstellen (Längen unwichtig, aber helfen bei Vorstellung)
- Gewichtskraft $\vec{F}_g$ wirkt auf der Erde immer senkrecht nach unten
- Normalkraft $\vec{F}_N$ wirkt senkrecht zum Untergrund
- Reibungskraft $\vec{F}_R$ wirkt entgegen der Bewegungsrichtung
- Federkraft $\vec{F}_{Feder}$ wirkt in oder gegen die Richtung, in die die Feder gedehnt / gestreckt wird
- Seilkräfte $\vec{F}_S$ wirken in Richtung des Seils, vom Körper weg

Koordinatensystem definieren

- x -Richtung in Richtung der Bewegung
- y -Richtung (falls benötigt) senkrecht dazu (in Richtung der Normalkraft)
- Qualitatives Koordinatensystem genügt, oftmals kein Ursprung nötig
- Selten Zeichnung eines vollständigen Koordinatensystems, zumeist genügt eine kleine Kennzeichnung der Achsen

2. Ansatz aufstellen

- Komponenten der wirkenden Kräfte für jede Richtung und für jeden Körper addieren gemäß der Wirkungsrichtung im Kräfte-diagramm (Winkelbeziehungen beachten)
- Die Kräftesumme gleich der Masse des bewegenden Objektes mal der Beschleunigung der jeweiligen Richtung setzen
- Formeln für die Kräfte einsetzen

Ausdrücke für die übrigen Kräfte ermitteln, z. B.

- Bei Reibung: Normalkraft bestimmen und Reibungskraft über Normalkraft bestimmen
- Bei Zentripetalkraft: Kräfte, die die Zentripetalkraft bewirken identifizieren und Beschleunigung durch Zentripetalbeschleunigung $a_{zp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ ersetzen
- Bei Seilkräften: Beachtung des 3. Newtonschen Axioms *actio = reactio* (Beschleunigung Körper 1 = $\pm$ Beschleunigung Körper 2)

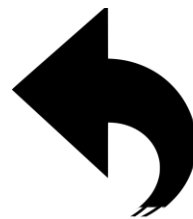
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck

Ergebnis prüfen

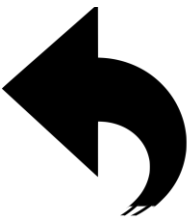
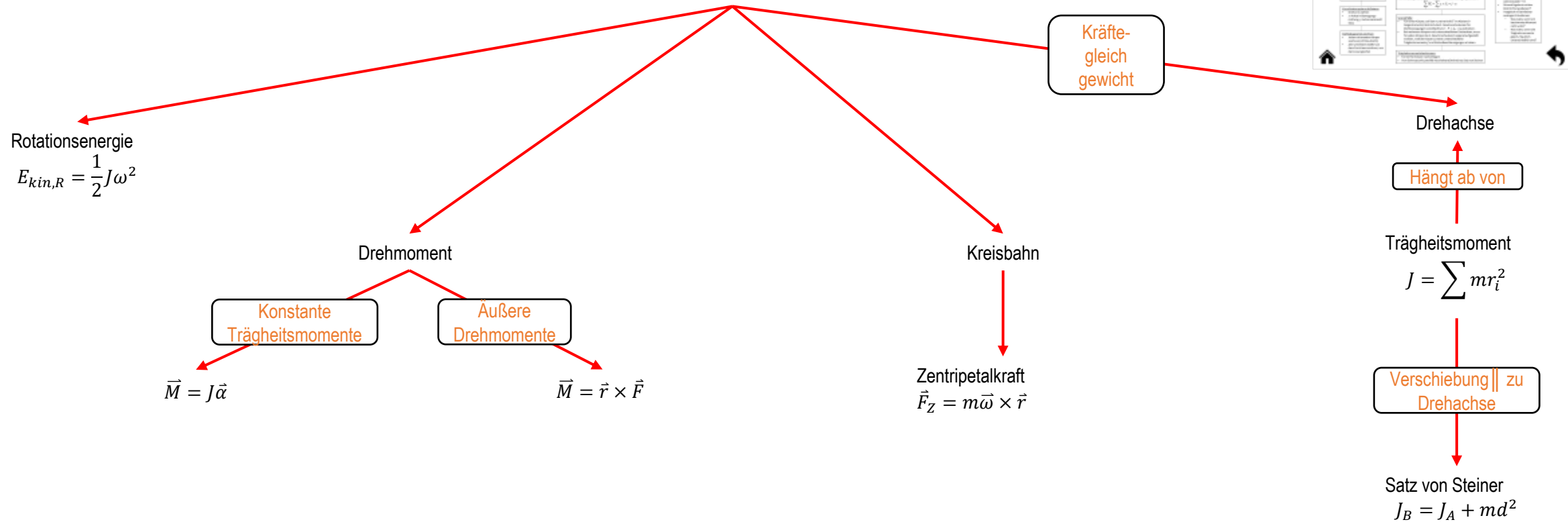
- Größenordnung
- Faustformel
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn keine Reibung vorliegt?
 - Was wäre, wenn die Massen gleich oder deutlich unterschiedlich sind?



Konzept Drehbewegung

2. Newtonsches Axiom bzgl.
Drehbewegungen

$$\sum \vec{M}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Drehbewegung

1. Skizze erstellen

Drehzentrum/Drehachse identifizieren

- Handelt es sich um eine Rotation bzgl. eines Punktes oder einer Achse?
 - Punkt: vektoriell
 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 - Achse: mit Beträgen
 $M = r \cdot F \cdot \sin(\alpha)$

Koordinatensystem definieren

- Drehsinn wählen
- x -Achse in Bewegungsrichtung, y -Achse senkrecht dazu

Kräftediagramm zeichnen

- Jeden rotierenden Körper zeichnen (oft Draufsicht)
- Alle wirkenden Kräfte von dem Punkt aus zeichnen, von dem sie angreifen

2. Ansatz aufstellen

Bestimme die Drehmomente, indem die wirkenden Kräfte F_i ihrem Hebelarm (Abstand zum Drehzentrum/Drehachse) zugeordnet werden

- Drehmomente bzgl. eines Punktes: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Drehmomente bzgl. einer Achse: $M = r \cdot F_t = r \cdot F \cdot \sin(\theta) = F \cdot l$

2. Newtonsches Axiom der Drehbewegung aufstellen:

Summe der Drehmomente je Körper aufstellen und gleich Trägheitsmoment J bzgl. der Drehachse mal Winkelbeschleunigung α setzen:

$$\sum_i \vec{M}_i = \sum_i r_i \times F_i = J \cdot \alpha$$

Spezialfälle:

- Für einen Körper, auf den nur eine Kraft F im Abstand r tangential wirkt, lässt sich das 2. Newtonsche Axiom für Drehbewegungen vereinfacht als $r \cdot F = J_S \cdot \alpha$ ausdrücken.
- Bei mehreren Körpern mit unterschiedlichen Drehachsen, muss für jeden Körper das 2. Newtonsche Axiom separat aufgestellt werden, weil die Körper zumeist unterschiedliche Trägheitsmomente J und Winkelbeschleunigungen α haben.

Trägheitsmomente bestimmen:

- Formel für Körper nachschlagen
- Vom Schwerpunkt parallel verschobene Drehachse: Satz von Steiner

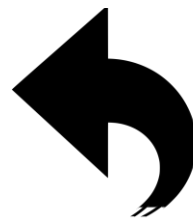
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck
- r, v, ω bzw. r, F, M bilden jeweils ein Rechtssystem

Ergebnis prüfen

- Größenordnung
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Stimmt Ergebnis mit der Drehrichtung überein?
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn ein bestimmtes Moment nicht wirkt?
 - Was wäre, wenn die Trägheitsmomente gleich/deutlich unterschiedlich sind?

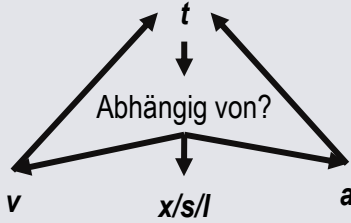


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

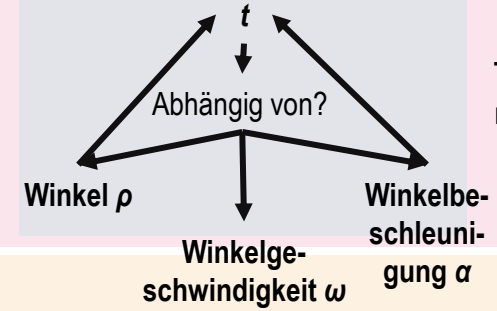
Energie E Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kraft F Masse m

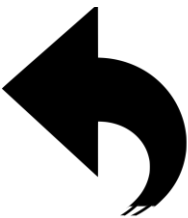
Kinematik (Bewegungsgleichung)



Trägheitsmoment J Drehimpuls L
Drehmoment M

Kontext der Aufgabe?

Möglicher Ansatz

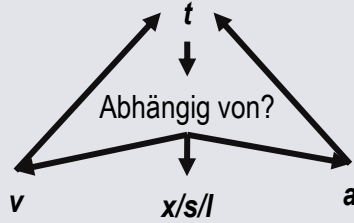


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)

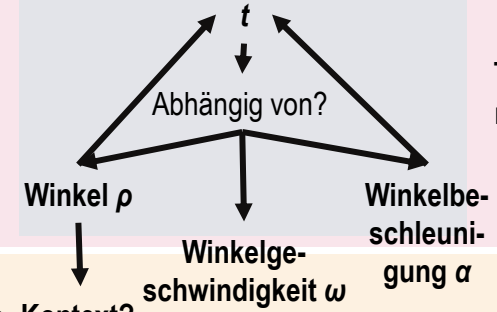


Kraft F

Masse m

Streckenanalogen
(z. B. Auslenkung)?

Kinematik (Bewegungsgleichung)



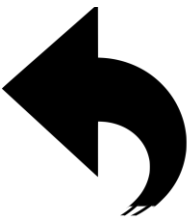
Trägheitsmoment J Drehimpuls L
Drehmoment M

Kontext der Aufgabe?

Geometrisch?

Stoß?

Möglicher Ansatz

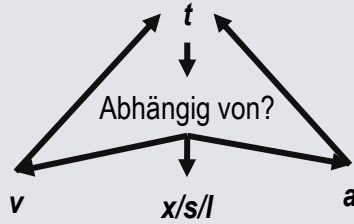


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)



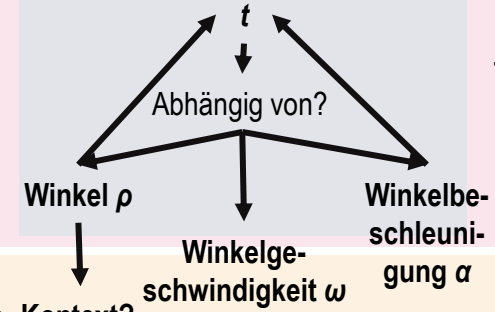
Kraft F

Masse m

Schiefer Wurf?

Streckenanalogen
(z. B. Auslenkung)?

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Trägheitsmoment J

Drehimpuls L

Drehmoment M

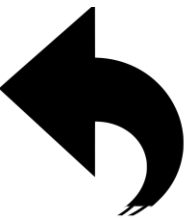
Kontext der Aufgabe?

Geometrisch?

Kraft/Kräfteaufteilung?

Stoß?

Möglicher Ansatz

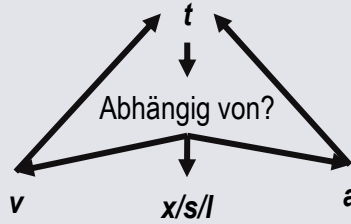


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kraft F

Masse m

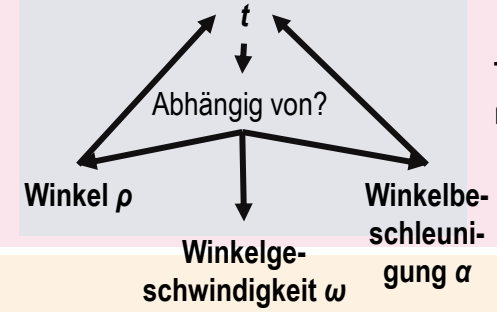
Kontext?

Drehachse?
Hebel?

Lineare
Bwg?

Kreisbahn?

Kinematik (Bewegungsgleichung)



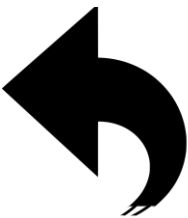
Trägheitsmoment J

Drehimpuls L

Drehmoment M

Kontext der Aufgabe?

Möglicher Ansatz

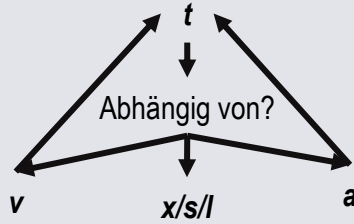


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kraft F

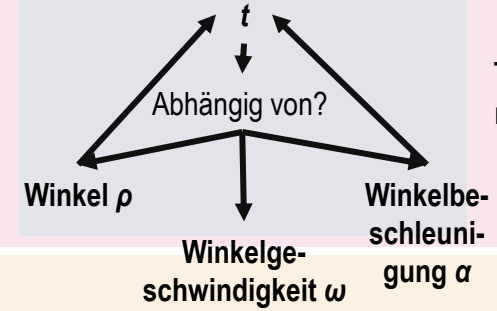
Masse m

Kontext?

Lineare
Bwg?

Drehachse?
Hebel?

Kinematik (Bewegungsgleichung)



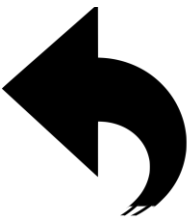
Drehim-
puls L

Trägheits-
moment J

Dreh-
moment M

Kontext der Aufgabe?

Möglicher Ansatz

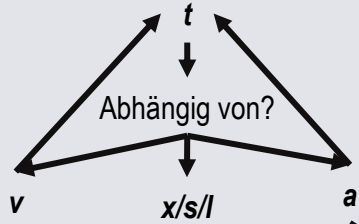


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

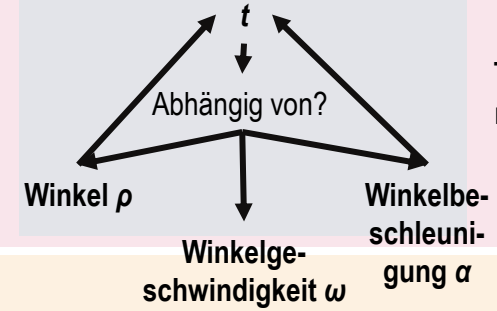
Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kraft F

Masse m

Kinematik (Bewegungsgleichung)



Trägheitsmoment J

Drehimpuls L

Drehmoment M

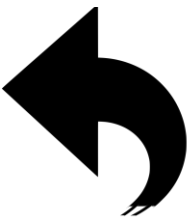
Kontext der Aufgabe?

Kontext?

Lineare Bwg?

Drehachse? Hebel?

Möglicher Ansatz

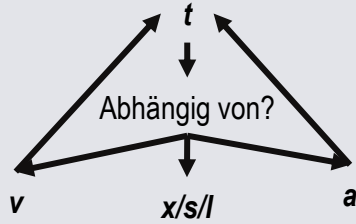


Welche Variablen sind gegeben und gesucht?

Variablen

Energie E Impuls p

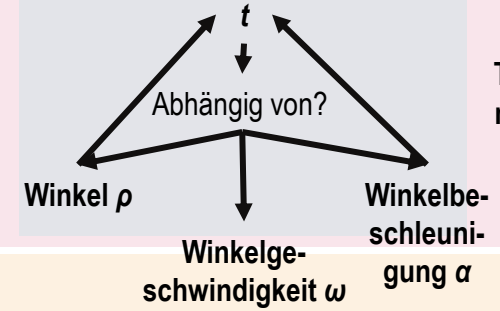
Kinematik (Bewegungsgleichung)



Kraft F

Masse m

Kinematik (Bewegungsgleichung)

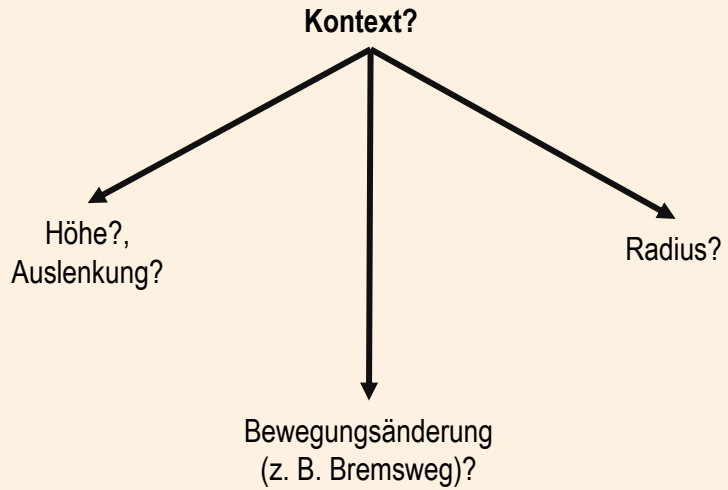


Trägheitsmoment J

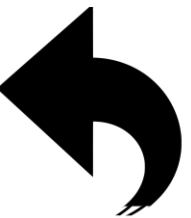
Drehimpuls L

Drehmoment M

Kontext der Aufgabe?



Möglicher Ansatz



Konzept Erhaltungssätze (Energie/Impuls)

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Energieerhaltung



Impulserhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $\sum \vec{p}_i = 0$
→ mit $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Energieerhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $E_{ges} = konst.$
→ $E_{ges} = E_2 - E_1 = 0$

Inelastischer Stoß
mit innerer Energie
 $\Delta E > 0$

Elastischer Stoß

Energie/Arbeit in
Kraftfeldern

Arbeit
 $W = \int \vec{F} d\vec{x}$

Potential
der Kraft =
konservativ

Potential
der Kraft $\neq$
konservativ

Arbeit, um
Objekt aus Ruhe
zu bewegen

Potenzielle Energie
 $E_{pot} = \Delta W$

Reibungsenergie
 $E_R = F_N \mu x$

Kinetische Energie

Gravitationsenergie
 $\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr$

Federenergie
 $E_{Feder} = \frac{1}{2} D x^2$

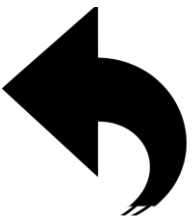
Elektrische Energie
 $E_{Elektr} = - \int \vec{F}_{Coul} \cdot d\vec{x}$

Kinetische Energie
Massenpunkt
(Translation)
 $E_{kin,T} = \frac{1}{2} m v^2$

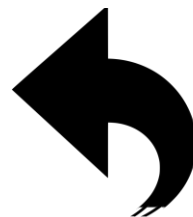
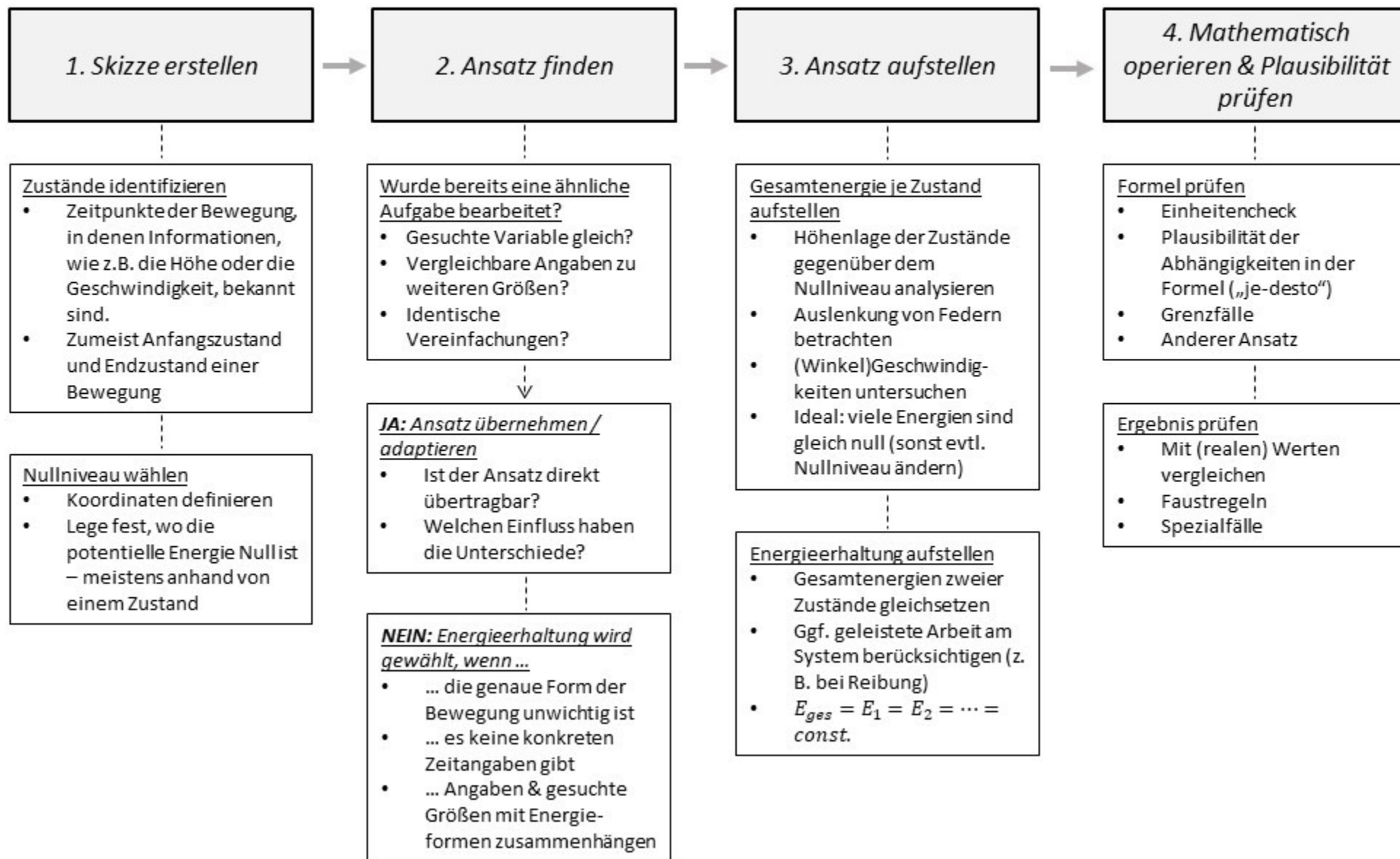
Rotationsenergie
 $E_{kin,R} = \frac{1}{2} J \omega^2$

Spezialfall

Lageenergie
 $E_{Lage} = mgh$



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der *Energieerhaltung*



Konzept Kraft

2. Newtonsches Axiom

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

Äußere Kraft
wirkt als

Trägheitskraft
 $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

m ändert sich
(Rakete)

Trägheitskraft
 $\frac{d}{dt}(mv) = mv + m\dot{v}$

Zentripetalkraft
 $\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times \vec{r}$

Äußere Kräfte $\vec{F}$

Seilkraft

Reibungskraft
 $\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N$

Federkraft
 $\vec{F}_{Feder} = D \cdot \vec{x}$

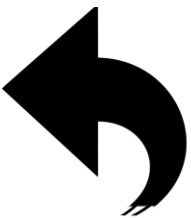
Normalkraft
 $\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos \rho$

Gravitationskraft
 $\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Spezialfall
 $r \approx \text{const.}$

Gravitationskraft
 $F_G = mg$

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Kraft



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Kraft

1. Skizze erstellen

Kräftediagramm zeichnen

- Je Körper ein Diagramm zeichnen
- Körper als Punktmasse interpretieren
- Kräfte als Pfeile darstellen (Längen unwichtig, aber helfen bei Vorstellung)
- Gewichtskraft $\vec{F}_g$ wirkt auf der Erde immer senkrecht nach unten
- Normalkraft $\vec{F}_N$ wirkt senkrecht zum Untergrund
- Reibungskraft $\vec{F}_R$ wirkt entgegen der Bewegungsrichtung
- Federkraft $\vec{F}_{Feder}$ wirkt in oder gegen die Richtung, in die die Feder gedehnt / gestreckt wird
- Seilkräfte $\vec{F}_S$ wirken in Richtung des Seils, vom Körper weg

Koordinatensystem definieren

- x-Richtung in Richtung der Bewegung
- y-Richtung (falls benötigt) senkrecht dazu (in Richtung der Normalkraft)
- Qualitatives Koordinatensystem genügt, oftmals kein Ursprung nötig
- Selten Zeichnung eines vollständigen Koordinatensystems, zumeist genügt eine kleine Kennzeichnung der Achsen

2. Ansatz aufstellen

- Komponenten der wirkenden Kräfte für jede Richtung und für jeden Körper addieren gemäß der Wirkungsrichtung im Kräfte-diagramm (Winkelbeziehungen beachten)
- Die Kräftesumme gleich der Masse des bewegenden Objektes mal der Beschleunigung der jeweiligen Richtung setzen
- Formeln für die Kräfte einsetzen

Ausdrücke für die übrigen Kräfte ermitteln, z. B.

- Bei Reibung: Normalkraft bestimmen und Reibungskraft über Normalkraft bestimmen
- Bei Zentripetalkraft: Kräfte, die die Zentripetalkraft bewirken identifizieren und Beschleunigung durch Zentripetalbeschleunigung $a_{zp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ ersetzen
- Bei Seilkräften: Beachtung des 3. Newtonschen Axioms *actio = reactio* (Beschleunigung Körper 1 = $\pm$ Beschleunigung Körper 2)

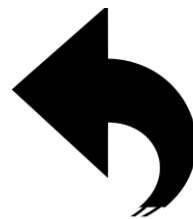
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck

Ergebnis prüfen

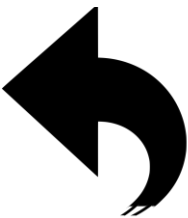
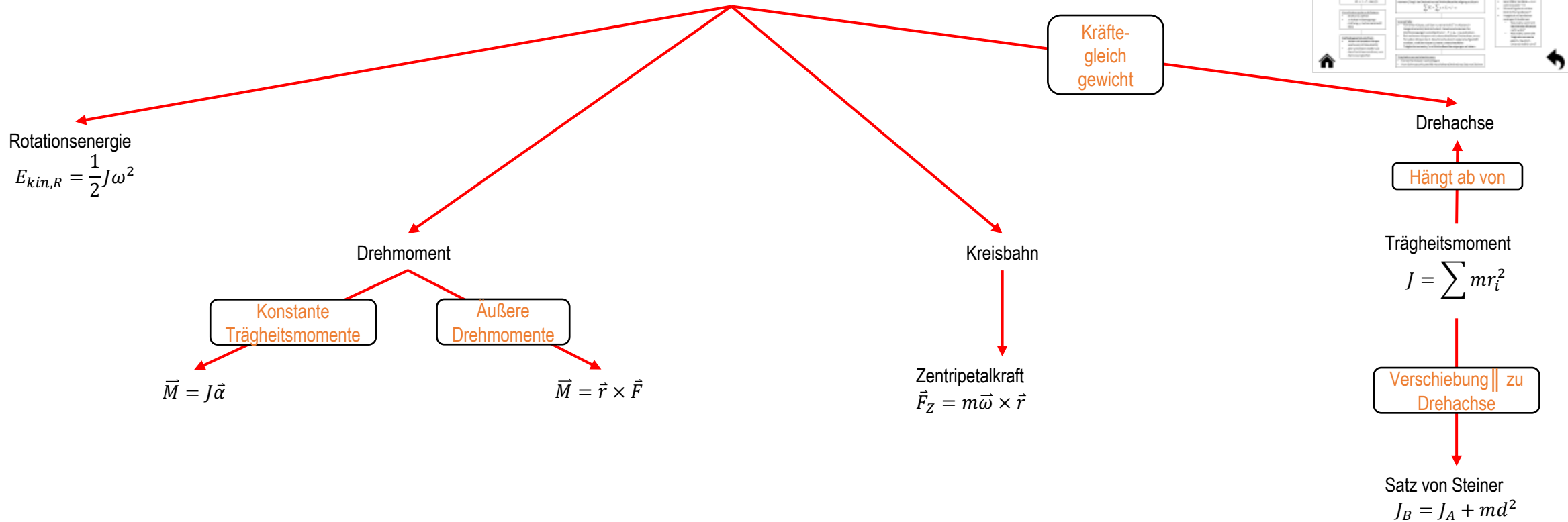
- Größenordnung
- Faustformel
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn keine Reibung vorliegt?
 - Was wäre, wenn die Massen gleich oder deutlich unterschiedlich sind?



Konzept Drehbewegung

2. Newtonsches Axiom bzgl.
Drehbewegungen

$$\sum \vec{M}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Drehbewegung

1. Skizze erstellen

Drehzentrum/Drehachse identifizieren

- Handelt es sich um eine Rotation bzgl. eines Punktes oder einer Achse?
 - Punkt: vektoriell
 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 - Achse: mit Beträgen
 $M = r \cdot F \cdot \sin(\alpha)$

Koordinatensystem definieren

- Drehsinn wählen
- x -Achse in Bewegungsrichtung, y -Achse senkrecht dazu

Kräftediagramm zeichnen

- Jeden rotierenden Körper zeichnen (oft Draufsicht)
- Alle wirkenden Kräfte von dem Punkt aus zeichnen, von dem sie angreifen

2. Ansatz aufstellen

Bestimme die Drehmomente, indem die wirkenden Kräfte F_i ihrem Hebelarm (Abstand zum Drehzentrum/Drehachse) zugeordnet werden

- Drehmomente bzgl. eines Punktes: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Drehmomente bzgl. einer Achse: $M = r \cdot F_t = r \cdot F \cdot \sin(\theta) = F \cdot l$

2. Newtonsches Axiom der Drehbewegung aufstellen:

Summe der Drehmomente je Körper aufstellen und gleich Trägheitsmoment J bzgl. der Drehachse mal Winkelbeschleunigung α setzen:

$$\sum_i \vec{M}_i = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{F}_i = J \cdot \alpha$$

Spezialfälle:

- Für einen Körper, auf den nur eine Kraft F im Abstand r tangential wirkt, lässt sich das 2. Newtonsche Axiom für Drehbewegungen vereinfacht als $r \cdot F = J_S \cdot \alpha$ ausdrücken.
- Bei mehreren Körpern mit unterschiedlichen Drehachsen, muss für jeden Körper das 2. Newtonsche Axiom separat aufgestellt werden, weil die Körper zumeist unterschiedliche Trägheitsmomente J und Winkelbeschleunigungen α haben.

Trägheitsmomente bestimmen:

- Formel für Körper nachschlagen
- Vom Schwerpunkt parallel verschobene Drehachse: Satz von Steiner

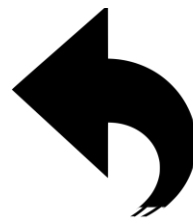
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck
- r, v, ω bzw. r, F, M bilden jeweils ein Rechtssystem

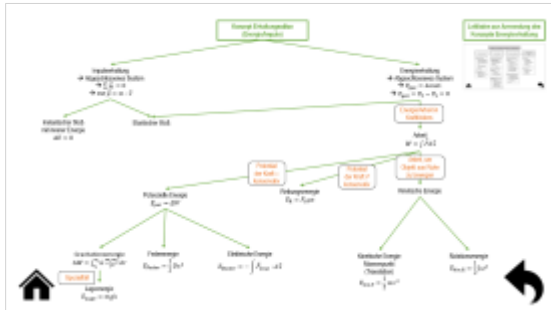
Ergebnis prüfen

- Größenordnung
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Stimmt Ergebnis mit der Drehrichtung überein?
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn ein bestimmtes Moment nicht wirkt?
 - Was wäre, wenn die Trägheitsmomente gleich/deutlich unterschiedlich sind?



Welches Konzept soll angewendet werden?

Konzept
Erhaltungssätze
(Energie/Impuls)



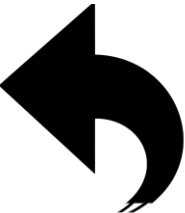
Konzept
Kraft



Konzept
Drehbewegung



Überblick über alle
drei Konzepte



Konzept Erhaltungssätze (Energie/Impuls)

Impulserhaltung
 → Abgeschlossenes System
 → $\sum \vec{p}_i = 0$
 → mit $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Energieerhaltung
 → Abgeschlossenes System
 → $E_{ges} = \text{konst.}$
 → $E_{ges} = E_2 - E_1 = 0$

Inelastischer Stoß
 mit innerer Energie
 $\Delta E > 0$

Elastischer Stoß

Energie/Arbeit in
Kraftfeldern

Arbeit
 $W = \int \vec{F} d\vec{x}$

Potential
der Kraft =
konservativ

Potenzielle Energie
 $E_{pot} = \Delta W$

Potential
der Kraft $\neq$
konservativ

Reibungsenergie
 $E_R = F_N \mu x$

Arbeit, um Objekt
aus Ruhe zu
bewegen

Gravitationsenergie
 $\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr$

Spezialfall

Lageenergie
 $E_{Lage} = mgh$

Federenergie
 $E_{Feder} = \frac{1}{2} D x^2$

Elektrische Energie
 $E_{Elektr} = - \int \vec{F}_{Coul} \cdot d\vec{x}$

Kinetische Energie

Kinetische Energie
 Massenpunkt
 (Translation)
 $E_{kin,T} = \frac{1}{2} m v^2$

Rotationsenergie
 $E_{kin,R} = \frac{1}{2} J \omega^2$

Konzept Kraft

2. Newtonsches Axiom

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

Trägheitskraft
 $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

m ändert sich
(Rakete)

Trägheitskraft
 $\frac{d}{dt}(mv) = mv + m\dot{v}$

Äußere Kräfte $\vec{F}$

Seilkraft

Reibungskraft
 $\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N$

Federkraft
 $\vec{F}_{Feder} = D \cdot \vec{x}$

Normalkraft
 $\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos \rho$

Gravitationskraft
 $\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Spezialfall
 $\approx \text{const.}$
 Gravitationskraft
 $F_G = mg$

Äußere Kraft
wirkt als

Kräfte-
gleich
gewicht

Kreisbahn

Zentripetalkraft
 $\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times \vec{r}$

Drehmoment

Äußere
Drehmomente

Konstante
Trägheitsmomente

$$\vec{M} = J \vec{\alpha}$$

Drehachse

Hängt ab von

Trägheitsmoment
 $J = \sum m r_i^2$

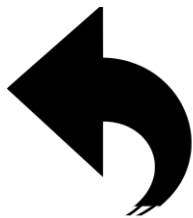
Verschiebung || zu
Drehachse

Satz von Steiner
 $J_B = J_A + m d^2$

Konzept Drehbewegung

2. Newtonsches Axiom bzgl.

$$\sum \vec{M}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



Konzept Erhaltungssätze (Energie/Impuls)

Impulserhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $\sum \vec{p}_i = 0$
→ mit $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Energieerhaltung
→ Abgeschlossenes System
→ $E_{ges} = konst.$
→ $E_{ges} = E_2 - E_1 = 0$

Inelastischer Stoß
mit innerer Energie
 $\Delta E > 0$

Elastischer Stoß

Energie/Arbeit in
Kraftfeldern

Arbeit
 $W = \int \vec{F} d\vec{x}$

Potential
der Kraft =
konservativ

Potential
der Kraft ≠
konservativ

Arbeit, um
Objekt aus Ruhe
zu bewegen

Potenzielle Energie
 $E_{pot} = \Delta W$

Reibungsenergie
 $E_R = F_N \mu x$

Kinetische Energie

Gravitationsenergie
 $\Delta W = \int_{r_1}^{r_2} G \frac{m_1 m_2}{r^2} dr$

Federenergie
 $E_{Feder} = \frac{1}{2} D x^2$

Elektrische Energie
 $E_{Elektr} = - \int \vec{F}_{Coul} \cdot d\vec{x}$

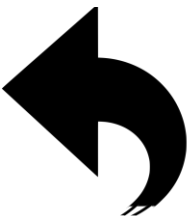
Kinetische Energie
Massenpunkt
(Translation)
 $E_{kin,T} = \frac{1}{2} m v^2$

Rotationsenergie
 $E_{kin,R} = \frac{1}{2} J \omega^2$

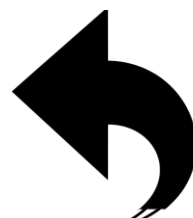
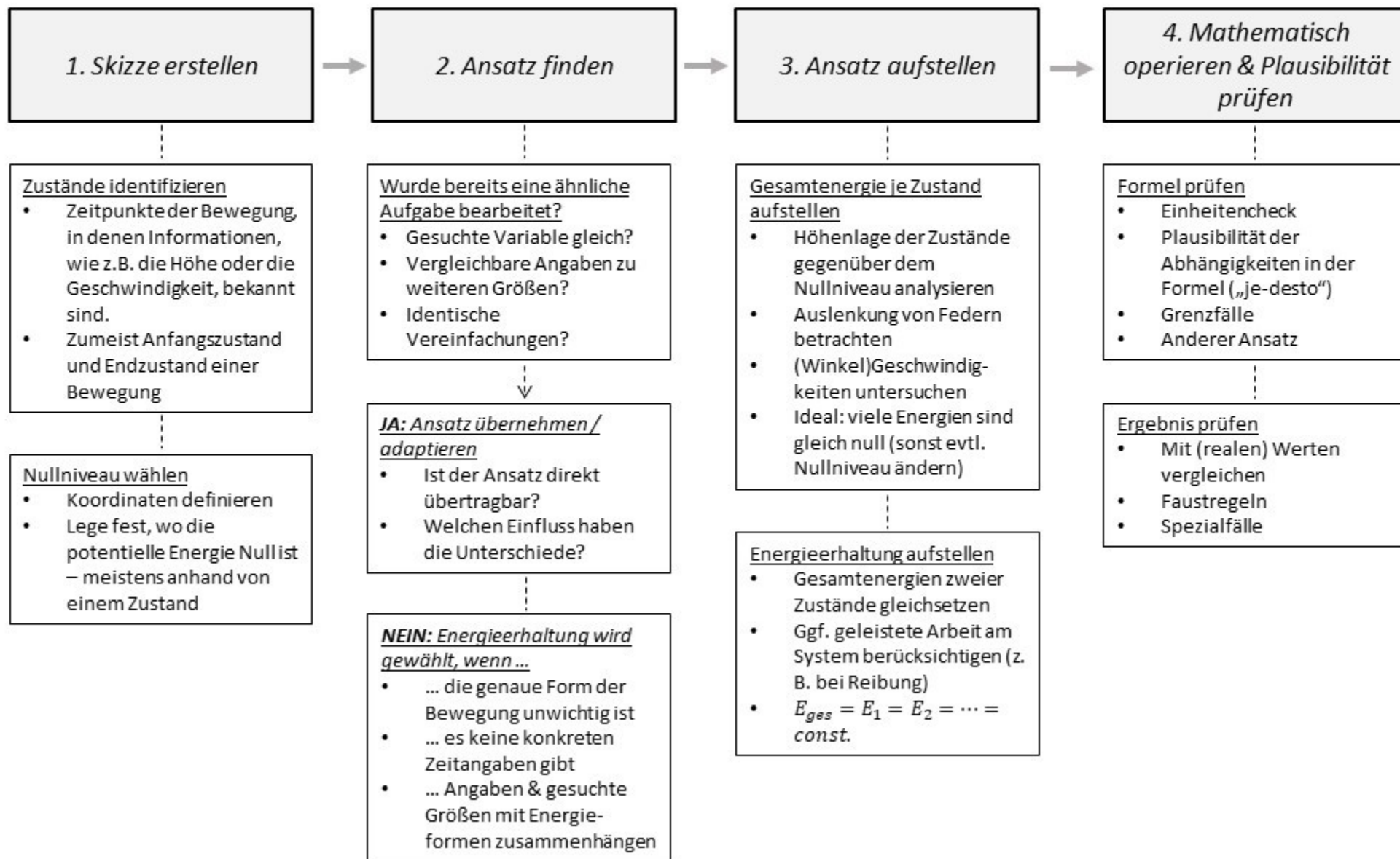
Spezialfall

Lageenergie
 $E_{Lage} = mgh$

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Energieerhaltung



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der *Energieerhaltung*



Konzept Kraft

2. Newtonsches Axiom

$$\sum \vec{F}_i = \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

Äußere Kraft
wirkt als

Trägheitskraft
 $\vec{F} = m\vec{a} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

m ändert sich
(Rakete)

Trägheitskraft
 $\frac{d}{dt}(mv) = mv + m\dot{v}$

Zentripetalkraft
 $\vec{F}_Z = m\vec{\omega} \times \vec{r}$

Äußere Kräfte $\vec{F}$

Seilkraft

Reibungskraft
 $\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N$

Federkraft
 $\vec{F}_{Feder} = D \cdot \vec{x}$

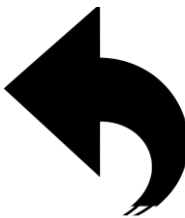
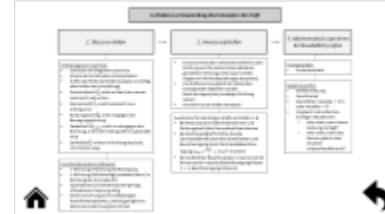
Normalkraft
 $\vec{F}_N = \vec{F}_G \cos \rho$

Gravitationskraft
 $\vec{F}_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

Spezialfall
 $r \approx \text{const.}$

Gravitationskraft
 $F_G = mg$

Leitfaden zur Anwendung des Konzepts Kraft



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Kraft

1. Skizze erstellen

Kräftediagramm zeichnen

- Je Körper ein Diagramm zeichnen
- Körper als Punktmasse interpretieren
- Kräfte als Pfeile darstellen (Längen unwichtig, aber helfen bei Vorstellung)
- Gewichtskraft $\vec{F}_g$ wirkt auf der Erde immer senkrecht nach unten
- Normalkraft $\vec{F}_N$ wirkt senkrecht zum Untergrund
- Reibungskraft $\vec{F}_R$ wirkt entgegen der Bewegungsrichtung
- Federkraft $\vec{F}_{Feder}$ wirkt in oder gegen die Richtung, in die die Feder gedehnt / gestreckt wird
- Seilkräfte $\vec{F}_S$ wirken in Richtung des Seils, vom Körper weg

Koordinatensystem definieren

- x-Richtung in Richtung der Bewegung
- y-Richtung (falls benötigt) senkrecht dazu (in Richtung der Normalkraft)
- Qualitatives Koordinatensystem genügt, oftmals kein Ursprung nötig
- Selten Zeichnung eines vollständigen Koordinatensystems, zumeist genügt eine kleine Kennzeichnung der Achsen

2. Ansatz aufstellen

- Komponenten der wirkenden Kräfte für jede Richtung und für jeden Körper addieren gemäß der Wirkungsrichtung im Kräfte-diagramm (Winkelbeziehungen beachten)
- Die Kräftesumme gleich der Masse des bewegenden Objektes mal der Beschleunigung der jeweiligen Richtung setzen
- Formeln für die Kräfte einsetzen

Ausdrücke für die übrigen Kräfte ermitteln, z. B.

- Bei Reibung: Normalkraft bestimmen und Reibungskraft über Normalkraft bestimmen
- Bei Zentripetalkraft: Kräfte, die die Zentripetalkraft bewirken identifizieren und Beschleunigung durch Zentripetalbeschleunigung $a_{zp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ ersetzen
- Bei Seilkräften: Beachtung des 3. Newtonschen Axioms *actio = reactio* (Beschleunigung Körper 1 = $\pm$ Beschleunigung Körper 2)

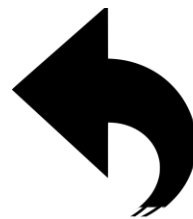
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck

Ergebnis prüfen

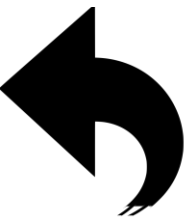
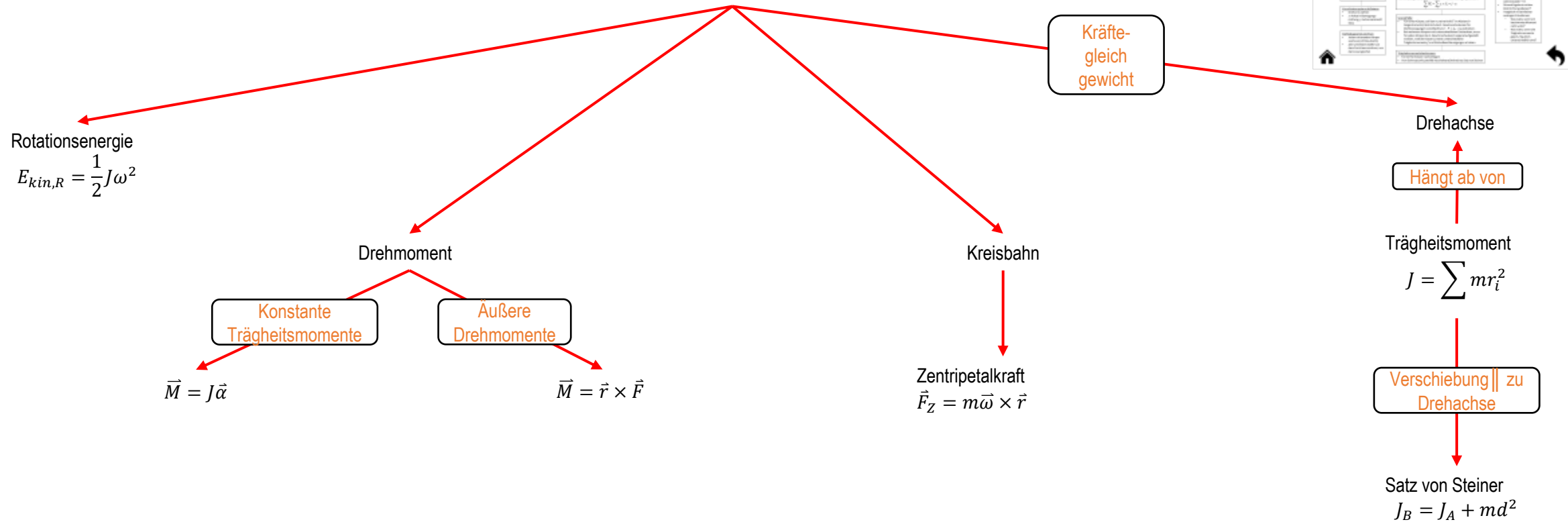
- Größenordnung
- Faustformel
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn keine Reibung vorliegt?
 - Was wäre, wenn die Massen gleich oder deutlich unterschiedlich sind?



Konzept Drehbewegung

2. Newtonsches Axiom bzgl.
Drehbewegungen

$$\sum \vec{M}_i = \frac{d\vec{L}}{dt}$$



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Drehbewegung

1. Skizze erstellen

Drehzentrum/Drehachse identifizieren

- Handelt es sich um eine Rotation bzgl. eines Punktes oder einer Achse?
 - Punkt: vektoriell
 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 - Achse: mit Beträgen
 $M = r \cdot F \cdot \sin(\alpha)$

Koordinatensystem definieren

- Drehsinn wählen
- x-Achse in Bewegungsrichtung, y-Achse senkrecht dazu

Kräftediagramm zeichnen

- Jeden rotierenden Körper zeichnen (oft Draufsicht)
- Alle wirkenden Kräfte von dem Punkt aus zeichnen, von dem sie angreifen

2. Ansatz aufstellen

Bestimme die Drehmomente, indem die wirkenden Kräfte F_i ihrem Hebelarm (Abstand zum Drehzentrum/Drehachse) zugeordnet werden

- Drehmomente bzgl. eines Punktes: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Drehmomente bzgl. einer Achse: $M = r \cdot F_t = r \cdot F \cdot \sin(\theta) = F \cdot l$

2. Newtonsches Axiom der Drehbewegung aufstellen:

Summe der Drehmomente je Körper aufstellen und gleich Trägheitsmoment J bzgl. der Drehachse mal Winkelbeschleunigung α setzen:

$$\sum_i \vec{M}_i = \sum_i r_i \times F_i = J \cdot \alpha$$

Spezialfälle:

- Für einen Körper, auf den nur eine Kraft F im Abstand r tangential wirkt, lässt sich das 2. Newtonsche Axiom für Drehbewegungen vereinfacht als $r \cdot F = J_S \cdot \alpha$ ausdrücken.
- Bei mehreren Körpern mit unterschiedlichen Drehachsen, muss für jeden Körper das 2. Newtonsche Axiom separat aufgestellt werden, weil die Körper zumeist unterschiedliche Trägheitsmomente J und Winkelbeschleunigungen α haben.

Trägheitsmomente bestimmen:

- Formel für Körper nachschlagen
- Vom Schwerpunkt parallel verschobene Drehachse: Satz von Steiner

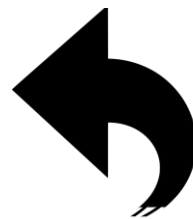
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck
- r, v, ω bzw. r, F, M bilden jeweils ein Rechtssystem

Ergebnis prüfen

- Größenordnung
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Stimmt Ergebnis mit der Drehrichtung überein?
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn ein bestimmtes Moment nicht wirkt?
 - Was wäre, wenn die Trägheitsmomente gleich/deutlich unterschiedlich sind?



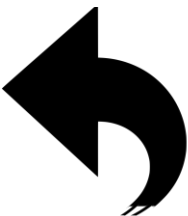
Liste Worked-Examples

**Entscheidung
zwischen
Konzepten**

**Anwendungen
des Kraft-
Konzepts**

**Anwendung des
Konzepts der
Energieerhaltung**

**Anwendung aller
Konzepte in einer
Beispielaufgabe**



Entscheidung zwischen Konzepten

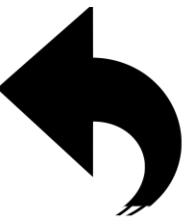
WA01 - Bremsvorgang - Wahl Konzept *Kraft* oder Konzept *Energieerhaltung*?

WA02 - Auffahrunfall - Konzept Energieerhaltung: Wahl Energie oder Impulserhaltung?

WA03 - Kind auf Drehscheibe - Wahl Konzept Kraft oder Konzept Drehbewegung?

WA04 - Masse an Seilrolle- Wahl Konzept Kraft oder Konzept Drehbewegung?

WA05 - Zylinder auf schiefer Ebene - Wahl Konzept Kraft, oder Energieerhaltung, oder Drehbewegung?

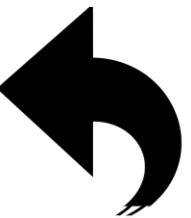


Anwendungen des Kraft-Konzepts

WK01 - Klotz auf schiefer Ebene - Anwendung Konzept Kraft

WK02 - Seilkräfte - Anwendung Konzept Kraft mit mehreren Massen

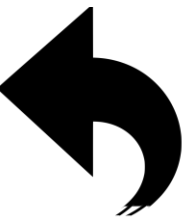
WK03 - Rutschende Kette - Anwendung Konzept Kraft bei homogener Massenverteilung



Anwendung des Konzepts der Energieerhaltung

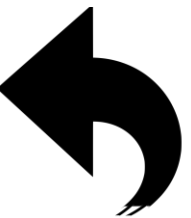
WK04 - Freier Fall auf Feder - Anwendung Konzept Energieerhaltung

WK05 - Wetzrollen - Anwendung Konzept Energieerhaltung



Anwendung aller Konzepte in einer Beispielaufgabe

WK06 - Atwoodsche Fallmaschine - Anwendung aller Konzepte

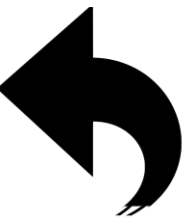


Liste Leitfäden

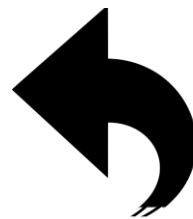
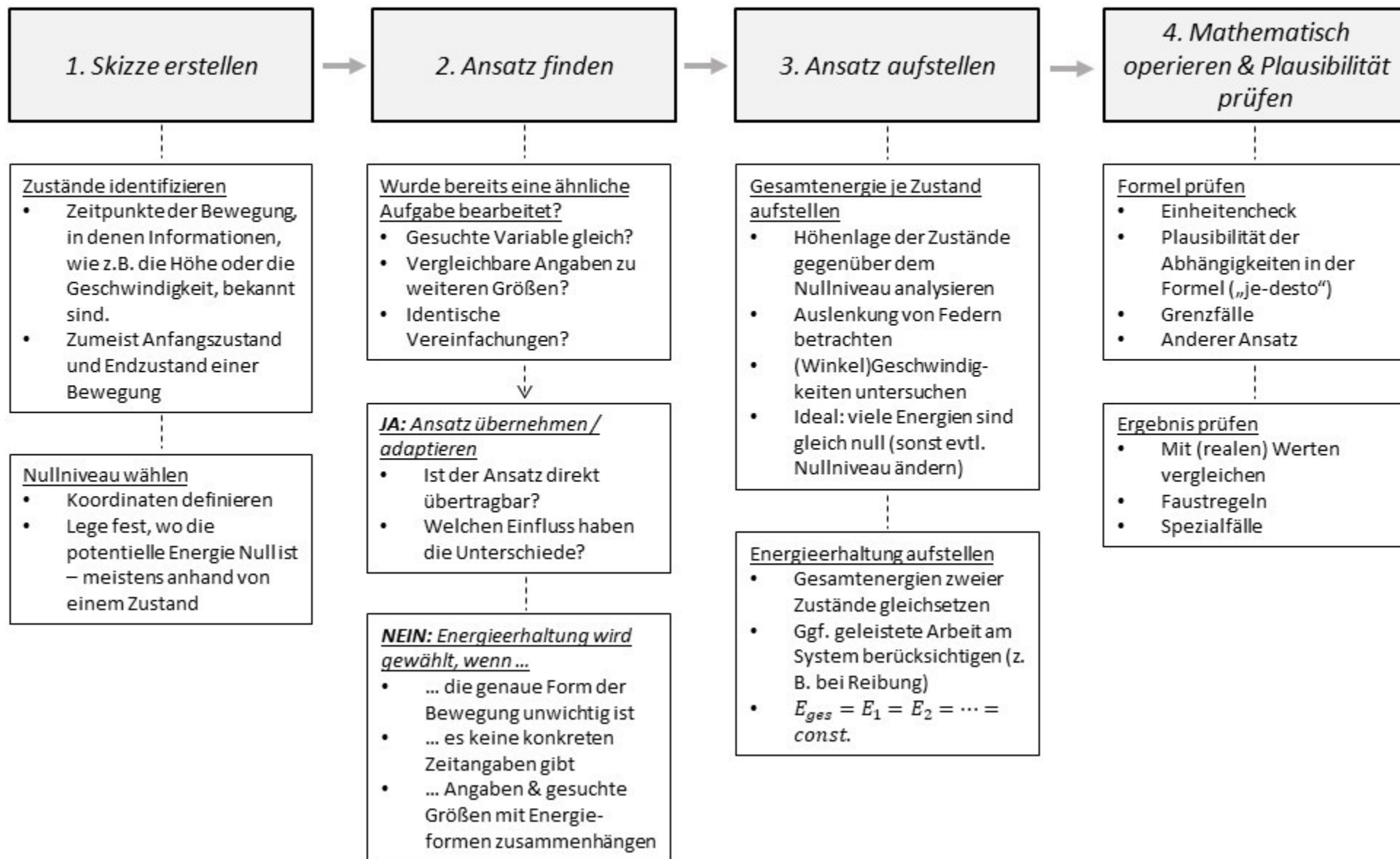
Leitfaden zur
Anwendung des
Konzepts Energie

Leitfaden zur
Anwendung des
Konzepts Kraft

Leitfaden zur
Anwendung des
Konzepts
Drehbewegung



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der *Energieerhaltung*



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Kraft

1. Skizze erstellen

Kräftediagramm zeichnen

- Je Körper ein Diagramm zeichnen
- Körper als Punktmasse interpretieren
- Kräfte als Pfeile darstellen (Längen unwichtig, aber helfen bei Vorstellung)
- Gewichtskraft $\vec{F}_g$ wirkt auf der Erde immer senkrecht nach unten
- Normalkraft $\vec{F}_N$ wirkt senkrecht zum Untergrund
- Reibungskraft $\vec{F}_R$ wirkt entgegen der Bewegungsrichtung
- Federkraft $\vec{F}_{Feder}$ wirkt in oder gegen die Richtung, in die die Feder gedehnt / gestreckt wird
- Seilkräfte $\vec{F}_S$ wirken in Richtung des Seils, vom Körper weg

Koordinatensystem definieren

- x-Richtung in Richtung der Bewegung
- y-Richtung (falls benötigt) senkrecht dazu (in Richtung der Normalkraft)
- Qualitatives Koordinatensystem genügt, oftmals kein Ursprung nötig
- Selten Zeichnung eines vollständigen Koordinatensystems, zumeist genügt eine kleine Kennzeichnung der Achsen

2. Ansatz aufstellen

- Komponenten der wirkenden Kräfte für jede Richtung und für jeden Körper addieren gemäß der Wirkungsrichtung im Kräfte-diagramm (Winkelbeziehungen beachten)
- Die Kräftesumme gleich der Masse des bewegenden Objektes mal der Beschleunigung der jeweiligen Richtung setzen
- Formeln für die Kräfte einsetzen

Ausdrücke für die übrigen Kräfte ermitteln, z. B.

- Bei Reibung: Normalkraft bestimmen und Reibungskraft über Normalkraft bestimmen
- Bei Zentripetalkraft: Kräfte, die die Zentripetalkraft bewirken identifizieren und Beschleunigung durch Zentripetalbeschleunigung $a_{zp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r$ ersetzen
- Bei Seilkräften: Beachtung des 3. Newtonschen Axioms *actio = reactio* (Beschleunigung Körper 1 = $\pm$ Beschleunigung Körper 2)

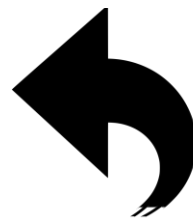
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck

Ergebnis prüfen

- Größenordnung
- Faustformel
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn keine Reibung vorliegt?
 - Was wäre, wenn die Massen gleich oder deutlich unterschiedlich sind?



Leitfaden zur Anwendung des Konzeptes der Drehbewegung

1. Skizze erstellen

Drehzentrum/Drehachse identifizieren

- Handelt es sich um eine Rotation bzgl. eines Punktes oder einer Achse?
 - Punkt: vektoriell
 $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
 - Achse: mit Beträgen
 $M = r \cdot F \cdot \sin(\alpha)$

Koordinatensystem definieren

- Drehsinn wählen
- x -Achse in Bewegungsrichtung, y -Achse senkrecht dazu

Kräftediagramm zeichnen

- Jeden rotierenden Körper zeichnen (oft Draufsicht)
- Alle wirkenden Kräfte von dem Punkt aus zeichnen, von dem sie angreifen

2. Ansatz aufstellen

Bestimme die Drehmomente, indem die wirkenden Kräfte F_i ihrem Hebelarm (Abstand zum Drehzentrum/Drehachse) zugeordnet werden

- Drehmomente bzgl. eines Punktes: $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
- Drehmomente bzgl. einer Achse: $M = r \cdot F_t = r \cdot F \cdot \sin(\theta) = F \cdot l$

2. Newtonsches Axiom der Drehbewegung aufstellen:

Summe der Drehmomente je Körper aufstellen und gleich Trägheitsmoment J bzgl. der Drehachse mal Winkelbeschleunigung α setzen:

$$\sum_i \vec{M}_i = \sum_i r_i \times F_i = J \cdot \alpha$$

Spezialfälle:

- Für einen Körper, auf den nur eine Kraft F im Abstand r tangential wirkt, lässt sich das 2. Newtonsche Axiom für Drehbewegungen vereinfacht als $r \cdot F = J_S \cdot \alpha$ ausdrücken.
- Bei mehreren Körpern mit unterschiedlichen Drehachsen, muss für jeden Körper das 2. Newtonsche Axiom separat aufgestellt werden, weil die Körper zumeist unterschiedliche Trägheitsmomente J und Winkelbeschleunigungen α haben.

Trägheitsmomente bestimmen:

- Formel für Körper nachschlagen
- Vom Schwerpunkt parallel verschobene Drehachse: Satz von Steiner

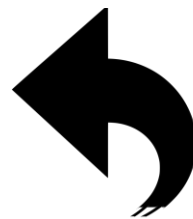
3. Mathematisch operieren & Plausibilität prüfen

Formel prüfen

- Einheitencheck
- r, v, ω bzw. r, F, M bilden jeweils ein Rechtssystem

Ergebnis prüfen

- Größenordnung
- Grenzfälle: Variable $\rightarrow \pm\infty$ oder Variable $\rightarrow 0$
- Stimmt Ergebnis mit der Drehrichtung überein?
- Vergleich mit einfachen analogen Situationen:
 - Was wäre, wenn ein bestimmtes Moment nicht wirkt?
 - Was wäre, wenn die Trägheitsmomente gleich/deutlich unterschiedlich sind?



Wie benutze ich das Unterstützungsmaterial?

Allgemeiner Hinweis:

Einzelne Bestandteile der PowerPoint sind verlinkt, sodass du teilweise auch direkt zum Wiki des Physiktreffs weitergeleitet wirst (z. B. Leitfäden, Worked-Examples).

Variante 1:

Du schaust dir die einzelnen Folien an und druckst oder speicherst dir die Folien, die du gerne nutzen möchtest.

Variante 2:

Du startest die PowerPoint und kannst dann interaktiv mit den einzelnen Elementen interagieren. Klicke dazu jeweils auf die einzelnen Bestandteile.



Gefördert durch:



Kooperationsprojekt: Digitalisierung als Herausforderung und Innovation in der Hochschullehre (DigiSelf), AP1a: Physik

Stiftung Innovation in der Hochschullehre (STiL), <https://stiftung-hochschullehre.de/>

Teilprojektleitung: Dr. Anna Bauer & Prof. Dr. Dirk Reuter



Stiftung
Innovation in der
Hochschullehre



Hauptseite

Lizensierungshinweise

Titelbild: CC0, <https://pxhere.com/de/photo/1456285>

Diese Powerpoint-Präsentation sowie die darin verlinkten weiteren Unterstützungsmaterialien (Leitfäden & Worked-Examples) unterliegen der Lizenz Creative Commons – Attribution-ShareAlike 4.0 International (CC BY-SA 4.0)

Hinweise zum Urheberrecht:

Dr. Anna B. Bauer (Leitung des Lehr-Lernzentrums Physiktreff, Universität Paderborn)

Nilab Abbas (Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Lehr-Lernzentrums Physiktreff, Universität Paderborn)

Prof. Dr. Dirk Reuter (Leitung der Gruppe Optoelektronische Materialien und Bauelemente, Universität Paderborn)

Mitwirkung bei der Gestaltung:

Anna Wilke (Studentische Mitarbeiterin des Lehr-Lernzentrums Physiktreff, Universität Paderborn)

Lena Kronshage (Studentische Mitarbeiterin des Lehr-Lernzentrums Physiktreff)

Jörg Benedikt Kramer (Wissenschaftliche Hilfskraft des Lehr-Lernzentrums Physiktreff, Universität Paderborn)

Paul Budde (Studentischer Mitarbeiter des Lehr-Lernzentrums Physiktreff, Universität Paderborn)

Universität Paderborn

Department Physik – Lehr-Lernzentrum Physiktreff

Warburgerstraße 100

33098 Paderborn

Homepage: <https://physik.uni-paderborn.de/physiktreff>



Hauptseite